

AYLANA KOVAKKA EGA MURAKKAB KONFIGURATSIYALI PRIZMATIK JISMLARNING SOHA GEOMETRIYASI VA YECHIM TENGLAMALARINI QURISH

Qarshiyeva Soliha Bahodir qizi,
tayanch doktorant, Toshkent axborot
texnologiyalari universiteti
e-mail: s.qarshiyeva@tuit.uz

Annotatsiya. R-funksiyalar usuliga tayangan holda aylana kovakka ega bo‘lgan murakkab konfiguratsiyali prizmatik jismlarning soha geometriyasini ifodalovchi tenglamalarni qurish masalasi tahlil etilgan. R-funksiyalar nazariyasi murakkab shakldagi hududlarni qat’iy analitik ifodada tasvirlash imkonini beruvchi samarali matematik apparat sifatida qaraladi. Maqolada geometrik sohani alohida soddalashtirilgan elementlar majmui orqali emas, balki uning barcha chegaralarini to‘liq aks ettiruvchi mantiqiy-algebraik konstruksiyalar asosida aniqlash yondashuvi ilgari suriladi. Aylana kovakka ega prizmatik jismning tashqi va ichki chegaralari R-funksiyalar yordamida yagona, uzluksiz funksional tenglama ko‘rinishida ifodalangan. Ushbu yondashuv kuchlanish-deformatsiya holatlarini modellashtirishni yengillashtiradi, hisoblash jarayonlarini avtomatlashtirishga imkon beradi hamda chegaraviy shartlarni aniq va qulay qo‘llashni ta’minlaydi. Shuningdek, maqolada aylana kovakning parametrik tavsifi hamda mantiqiy amallar yordamida murakkab geometrik sohani analitik tarzda birlashtirish bosqichlari batafsil yoritilgan.

Kalit so‘zlar: murakkab konfiguratsiya, prizmatik jism, kuchlanganlik-deformatsiyalanganlik, elastiklik nazariyasi, R-funksiya, konyunksiya, dizyunksiya

Kirish

Murakkab konfiguratsiyaga ega prizmatik jismlarning soha geometriyasini aniq ifodalash masalasi zamonaviy hisoblash mexanikasi, kompyuter geometriyasi hamda konstruktiv modellashtirish sohalarida muhim ahamiyatga ega [1-3]. Xususan, aylana shaklidagi kovaklari mavjud bo‘lgan prizmatik konstruksiyalar turli texnik tizimlarda keng uchraydi. Bunday jismlarning mexanik xatti-harakatlarini ishonchli baholashda ularning geometrik tenglamalarini yuqori aniqlikda berish hal qiluvchi omil hisoblanadi.

So‘nggi yillarda R-funksiyalar nazariyasi murakkab shaklli sohalarni matematik jihatdan modellashtirishda samarali algebraik apparat sifatida keng qo‘llanilmoqda. Ushbu yondashuvning ustun tomoni shundaki, mantiqiy-amaliy amallar (birlashma, kesishma, inkor va boshqalar) yordamida murakkab jismlarni soddaga geometrik elementlarning analitik ta’riflari asosida shakllantirish imkonini beradi. Natijada hosil bo‘ladigan geometriya tenglamalari soddaligi bilan birga uzluksiz, differentsiallanuvchi va

hisoblash uchun qulay analitik ko‘rinishga ega bo‘ladi [4-7].

Adabiyotlar tahlili va metodlar

Aylana kovakka ega prizmatik jism sohasini analitik tarzda aniqlash masalasi kuchlanish-deformatsiya holatini tadqiq etish, chegaraviy shartlarni aniq belgilash hamda hisoblash jarayonlarini avtomatlashtirishda ayniqsa muhimdir. Bunday soha geometriyasini R-funksiyalar asosida yagona ifodaga keltirish murakkab shakllar uchun differensial tenglamalarni yechishni sezilarli darajada yengillashtiradi va hisoblash aniqligini oshiradi [8-11].

Ushbu maqolada aylana kovakka ega prizmatik jismning soha geometriyasini R-funksiyalar asosida qurish metodikasi taklif etiladi. Mazkur yondashuv yordamida jismning ichki va tashqi chegaralari yagona funksional tenglama ko‘rinishida aniqlanadi, bu esa keyingi hisoblash bosqichlari uchun ishonchli asos bo‘lib xizmat qiladi. Shu bilan birga, R-funksiyalarga tayangan analitik soha ta’rifi murakkab mexanik tizimlarni modellashtirishda yuqori aniqlik va barqarorlikni ta’minlaydi [12-16].



Oxyz dekart koordinatalar sistemasida kesimi ixtiyoriy murakkab konfiguratsiyali prizmatik jismni ko'rib chiqamiz (1-rasm), uning bir uchi ($x=0$) mahkam qotirilgan, ikkinchi uchida ($x=\ell$) esa buralish momentining qiymati berilgan va u quyidagi ko'rinishda:

$$I_{2H} = -\frac{1}{G} \int_y \int_z P_{zx} y dz dy + \frac{1}{G} \int_y \int_z P_{yx} y dz dy, \quad (1)$$

bunda quyidagi geometrik va mexanik kattaliklar olingan:

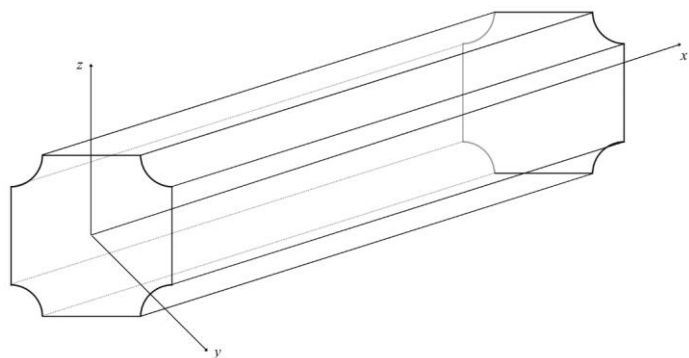
$$a = 1 \text{ m}, b = 1 \text{ m}, 0,5 \text{ m}, 0,2 \text{ m};$$

$$a_2 = a / 10 \text{ m}; b_2 = b / 10 \text{ m};$$

$$\ell = 1 \text{ m}, 2 \text{ m}, 4 \text{ m}, 10 \text{ m}; \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$\mu = 0.3$$

Yon sirlari esa yuklardan holi.



1-rasm. Kesimi ixtiyoriy murakkab konfiguratsiyali prizmatik jism

Murakkab konfiguratsiyali prizmatik jismning siqilgan buralish masalalari uchun quyidagi buralish burchagining tenglamasidan foydalanamiz:

$$\theta = c_1 + c_2 x + c_3 sh(rx) + c_4 ch(rx), \quad (2)$$

bu yerda

$$r^2 = \frac{I_p + 2I_d + I_k}{I_{\varphi\varphi}} \quad (3)$$

bunda

$$I_{\varphi\varphi} = \frac{(\lambda + G)}{G} \int_{\Sigma} \varphi(x, y) \cdot \varphi(x, y) d\Sigma; \quad I_p = \int_{\Sigma} (x^2 + y^2) d\Sigma; \quad I_d = \int_{\Sigma} (\varphi_x x - \varphi_y y) d\Sigma;$$

$$I_k = - \int_{\Sigma} (\varphi_{xx} \varphi + \varphi_{yy} \varphi) d\Sigma + \int_{\varphi_y} \varphi_x \varphi dy \Big|_x + \int_{\varphi_x} \varphi_y \varphi dx \Big|_y;$$

Ixtiyoriy C_1, C_2, C_3, C_4 doimiylar $x=0$ va $x=\ell$ shartlaridan aniqlanadi.

Bu holda (2) dagi ixtiyoriy o'zgarma miqdorlar ($x=0$) va ($x=\ell$) dagi shartlardan aniqlanadi:

$$x=0: \theta=0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad x=\ell:$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 \theta}{\partial x^3} - r^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} = -\beta_{1H},$$

doimiylar esa quyidagi qiymatlarga ega bo'ladi

[7]:

$$c_1 = -\frac{I_{2H}}{rI_1} thr\ell, \quad c_2 = \frac{I_{2H}}{I_1},$$

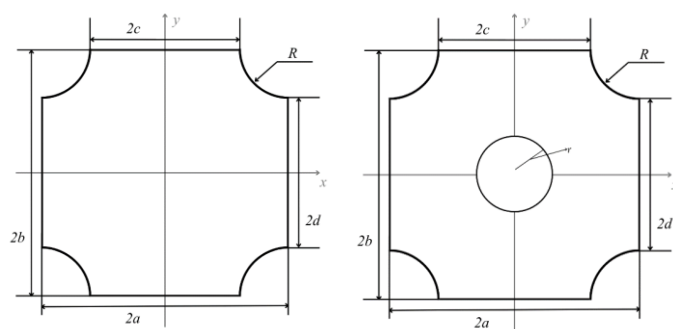
$$c_3 = -\frac{I_{2H}}{rI_1}, \quad c_4 = \frac{I_{2H}}{rI_1} thr\ell, \quad (4)$$

$$I_1 = (I_p + 2I_d + I_k).$$

bu yerda

C_1, C_2, C_3, C_4 qiymatlarini (2) ga qo'yib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz [13-14]:

$$\theta = \frac{M_{kp}}{rI_1} (rx - thr\ell - shrx + thr\ell chrx). \quad (5)$$



2-rasm. Ko'ndalang kesimi ixtiyoriy prizmatik jismning soha geometriyasi ko'rinishi

3-rasm. Aylana shakldagi kovakka ega kesimi ixtiyoriy prizmatik jismning soha geometriyasi



Natijalar

№ 1 masala. Yuqoridagi ma'lumotlarga asosan kesimi ixtiyoriy prizmatik jismlarning soha geometriyasi tenglamalar hamda buralish funksiyasi - φ ni qurish uchun taqribiy-analitik R-funksiyalar va ketma-ket yaqinlashish usullaridan foydalaniladi. Bunda φ uchun yechimning tuzilmasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\varphi \equiv \Phi - \omega D_1 \Phi + \varphi_0 \omega; \quad (6)$$

bu yerda D_1 - differensial operator:

$$D_1 = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y};$$

ω - soha geometriyasi tenglamalarining umumiy ko'rinishi; Φ - esa yechimlar strukturasining aniqlanmagan komponentasi bo'lib, u odatda quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\Phi = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i C_{ij} Z_i(z) Y_j(y), \quad (7)$$

bu yerda C_{ij} - aniqlash kerak bo'lgan noma'lum koefitsientlar; $Z_i(z)Y_j(y)$ - to'liq bazis ko'phadlar tizimi (darajali, trigonometrik, Chebishev va boshqalar).

Endi esa 2-rasmdagi soha geometriyasi ifodasini quyidagicha aniqlaymiz:

$$\omega = (f_1 \wedge f_2) \wedge (f_3 \wedge f_4 \wedge f_5 \wedge f_6),$$

bu yerda

$$f_1 = \frac{a^2 - z^2}{2a} \geq 0, \quad f_2 = \frac{b^2 - y^2}{2b} \geq 0,$$

$$f_3 = \frac{(z - c - R)^2 + (y - d - R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_4 = \frac{(z + c + R)^2 + (y - d - R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_5 = \frac{(z - c - R)^2 + (y + d + R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_6 = \frac{(z + c + R)^2 + (y + d + R)^2 - R^2}{2R} \geq 0, \quad \wedge \quad R -$$

konyunksiya.

($I_{2H} = 0.005$) sirt yuklanishi berilgan I_{2H} / ℓ jismning $z = \pm a$ va $y = \pm b$ sirtlariga qo'llanilganda masala yechiladi. Garchi yechim shakli biroz farq qilsa ham, natijalar to'liq mos keladi [13]:

$$\theta = \frac{I_{2H}}{rI_1} \left(rx - thr\ell - shrx + thr\ell chr\ell - \frac{1}{r\ell chr\ell} + \frac{chr\ell}{r\ell chr\ell} - \frac{rx^2}{r\ell} \right). \quad (8)$$

(2) ko'rinishida olingan yechim muvozanat shartini qanoatlantirmaydi:

$$\int_y \int_z (zY_x - yZ_x) dz dy = M_{bur}, \quad (9)$$

chunki $x = \ell$ kesimida chegara shartlarida quyidagi ko'rinishdagi qo'shimcha had paydo bo'ladi:

$$(I_d + I_k) \frac{\partial \theta(x)}{\partial x} - I_{\varphi\varphi} \frac{\partial^3 \theta(x)}{\partial x^3}. \quad (10)$$

bu

$$M_{bur} = \int_{\Sigma} \int (P_{yz} \cdot x - P_{xz} \cdot y) d\Sigma.$$

Ushbu ifodaning jism bo'ylab o'zgarish xususiyati sifat jihatdan kuchlanish komponentasi $\sigma_{11} \times 10^{-4} / G$ ning o'zgarishi bilan mos keladi. $x = 0$ da ifoda qiymati I_{2H} ga teng bo'ladi, (9) va (10) esa birgalikda ko'rsatilgan jismning muvozanat shartlarini qanoatlantiradi.

№ 2 masala. Oldingi masalani $r_1 = b / 10$ o'lchamli aylana kovak bo'lgan holatida ko'rib chiqamiz (3.4-rasm).

Kovakning yon sirlari yuklardan holi. Ushbu masalada kovak sohasida buralish funksiyasi uchun quyidagi chegaraviy shartlar qo'shiladi:



$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -zm + y\ell_1, \quad (3.7)$$

ℓ_1, m - yo'naltiruvchi kosinuslar.

Bunda yechimning tuzilmasi sifatida (2.30) qabul qilinadi hamda berilgan soha geometriyasi ifodasi quyidagicha aniqlanadi:

$$\omega = \omega_1 \wedge \omega_2,$$

bu yerda

$$\omega_1 = (f_1 \wedge f_2) \wedge (f_3 \wedge f_4 \wedge f_5 \wedge f_6),$$

$$\omega_2 = \frac{r_1^2 - z^2 - y^2}{2r_1} \geq 0, \quad f_1 = \frac{a^2 - z^2}{2a} \geq 0,$$

$$f_2 = \frac{b^2 - y^2}{2b} \geq 0,$$

$$f_3 = \frac{(z-c-R)^2 + (y-d-R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_4 = \frac{(z+c+R)^2 + (y-d-R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_5 = \frac{(z-c-R)^2 + (y+d+R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$$f_6 = \frac{(z+c+R)^2 + (y+d+R)^2 - R^2}{2R} \geq 0,$$

$\wedge$ - R-konyunksiya.

Xulosa

R-funksiyalarga asoslangan metodika murakkab konfiguratsiyali prizmatik jismlar uchun geometriya tenglamalarini tuzishda yuqori aniqlik, moslashuvchanlik hamda keng tatbiq etish imkoniyatlarini namoyish etadi. Ushbu yondashuv orqali chegaraviy shartlarni to'liq qamrab oluvchi, uzluksiz va invariant xossalarga ega bo'lgan analitik ifodalar hosil qilindi. Natijada konstruksiyalarning kuchlanish-deformatsiya holatlarini yanada ishonchli va aniqlik bilan modellashirishga xizmat qiluvchi mustahkam matematik asos yaratildi.

Olingan natijalar R-funksiyalar nazariyasining nafaqat nazariy ahamiyatga ega ekanini, balki amaliy muhandislik masalalarini yechishda ham yuqori

samaradorlik ko'rsatishini tasdiqlaydi. Keyingi tadqiqotlarda ushbu metodni yanada murakkab shaklli geometriyalarga, noodatiy chegaraviy shartlarga ega konstruksiyalarga qo'llash, hisoblash algoritmlarini optimallashtirish hamda ularni avtomatlashtirilgan hisoblash tizimlari bilan integratsiyalash istiqbolli yo'nalishlar sifatida qaraladi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati:

1. Shapiro V. Semi-analytic geometry with R-functions // Acta Numerica, №16, 2007. - P. 239-303.
2. Anarova Sh.A., Qarshiyeva S.B., Ismoilova M.I. Strength and stability analysis of load-bearing structures of a high-rise building // "Muhammad al-Xorazmiy avlodlari" ilmiy-amaliy va axborot-tahliliy jurnali. №S1(20), 2024. - 4p. DOI:10.34920/icdgpdt.alkhwS30.
3. Kvaternik S., Turkalj G., Banić D. Finite Element Analysis of Torsional-Flexural Behaviour of Thin-Walled Frame Considering Joint Warping Conditions // International Scientific Journal "Trans Motauto World", Issue 5, 2017. - P. 181-183.
4. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В. Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники // Москва: Техносфера, 2018, - 696 с.
5. Azzara R., Carrera E., Chiaia P., Filippi M., Pagani A., Petrolo M., Zappino E. Geometrically Nonlinear Static Analysis of Multi-Component Structures Through Variable-Kinematics Finite Elements // Acta Mechanica 235, 2024. - P. 7003-7026.
6. Кабулов В.К., Анарова Ш.А. Кесими тўғри тўртбурчак, коваклари ихтиёрий бўлган эластик призматик жисмларнинг кучланганлик-деформацияланганлик ҳолатини сиқилган буралиш масалаларида ўрганиш // Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академиясининг маърузалари журнали. - 2002. - 6-сон. -25-27 б.
7. Mas R.I., Torres P., Carlos J., Reales A., Ramon J. Prismatic Structural Members: Cross-Section Normal to Axis // Engineering Structures, Vol. 16, №3, 2017. P. 507-517.



8. Чопоров С.В., Гоменюк С.И., Лисняк А.А., Панасенко Е.В. Математическое моделирование некоторых крепежных соединений на базе теории R-функций // Радиоелектроніка, інформатика, управління, №2 (27), 2012. – С. 117-122.

9. Anarova Sh.A., Qarshiyeva S.B., Samidov M.N. Murakkab konfiguratsiyali prizmatik jismlarning soha geometriyasi tenglamasi va yechim tuzilmasini qurish // Ta'lim, fan va innovatsiya, Vol. 7, 2025. - 124-136-b.

10. Shima H., Furukawa N., Kameyama Y., Inoue A., Sato M. Cross-Sectional Performance of Hollow Square Prisms with Rounded Edges // Symmetry, 2020.

11. Кравченко В.Ф., Рвачёв В.Л. Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты // Москва: Физматлит, 2006, - 416 с.

12. Кравченко В.Ф., Кравченко О.В., Чуриков Д.В. Применение R-функций, атомарных и WA-систем функций в информационных технологиях. Обзор // Актуальные проблемы современного образования, 2018. С. -13-23.

13. Nazirov Sh.A., Nuraliyev F.M., Anarova Sh.A. Study of Numeric Convergence of the Method of R-functions in Problems of Constraint Torsion // American Journal of Computational and Applied Mathematics. - 2012, 2 (4): Pp.189-196.

14. Анарова Ш.А. Численная сходимость метода R-функций в углах поперечного сечения на напряженное состояние призматических тел в задачах стесненного кручения // ТАТУ хабарлари. – 2015. – С. 113-120.

15. Анарова Ш.А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния упругих призматических тел произвольного сечения // – Ташкент: Навруз, 2017. - 112 с.

16. Anarova Sh.A., Qarshiyeva S.B., Samidov M.N., Uralova I.A., Amonova O.A. Numerical analysis of the calculation of rods in linear and geometrically nonlinear formulations // Mathematical Modeling and Numerical Analysis, Springer Proceedings in

Mathematics & Statistics, Volume 510, 2025. – P. 1-13.

